

II EXÁMENES DE ECONOMETRÍA

1 Se han estimado con una muestra de 39 observaciones las siguientes funciones de producción por el método de MCO:

$$\hat{O}_t = \hat{\alpha} L_t^{1,30} K_t^{0,32} e^{0,0055t} \quad R^2 = 0,9945$$

$$\hat{O}_t = \hat{\beta} L_t^{1,41} K_t^{0,47} \quad R^2 = 0,9937$$

$$\hat{O}_t = \hat{\gamma} e^{0,039t} \quad R^2 = 0,9549$$

a) Contraste la significatividad conjunta de L_t y K_t .

b) Indique las hipótesis estadísticas básicas bajo las cuales el contraste realizado en el apartado anterior es adecuado, y como aparecería la perturbación aleatoria en la especificación econométrica.

(2-6-1992)

Solución

a) $F=126$; $F_{2,35}^{0,01} \approx F_{2,30}^{0,01} = 5,39 \Rightarrow$ Se rechaza H_0 para los niveles usuales (0,10; 0,05; 0,01)

b) Todas las hipótesis básicas; la perturbación aleatoria debe aparecer de forma multiplicativa

2 Un investigador, después de realizar la estimación de un modelo por MCO, calcula $\sum \hat{u}_t$ y comprueba que no es 0. ¿Es esto posible? Razone la respuesta indicando en su caso las condiciones en las cuales puede producirse este hecho.

(2-6-1992)

3 Dado el siguiente modelo estimado con 43 observaciones:

$$\hat{Y}_t = -0,06 + 1,44 X_{2t} - 0,48 X_{3t}$$

donde

$$\mathbf{X}'\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 10 & 8 & 11 \\ & 598 & 791 \\ & & 1128 \end{bmatrix} \quad (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} = \begin{bmatrix} 0,1011 & -0,0007 & -0,0005 \\ & 0,0231 & -0,0162 \\ & & 0,0122 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{X}'\mathbf{y} = \begin{bmatrix} 6 \\ 506 \\ 632 \end{bmatrix} \quad \mathbf{y}'\mathbf{y} = 444$$

Se pide:

a) Contraste de la hipótesis nula $\beta_2 + 2\beta_3 = 1$

b) Dado el valor del período de predicción $Y_0 = 1$, verifique si puede haber sido generado por el modelo anteriormente estimado. (Se sabe que $X_{20} = 1$ y $X_{30} = 2$).

(2-6-1992)

Solución

a) $F=79,84$; $F_{1,40}^{0,01} = 7,31 \Rightarrow$ Se rechaza H_0 para los niveles usuales (0,10; 0,05; 0,01)

b) Intervalo del 90%: (-0,80; 164); el valor $Y_0=1$ sí ha podido ser generado por el modelo

4 Bajo las hipótesis básicas del modelo lineal, ¿cómo se distribuyen los residuos obtenidos por MCO?. Razone la respuesta.

(2-6-1992)

5* Habiendo estimado por MCO la siguiente de consumo,

$$C_t = \alpha_0 + \alpha_1 R_t + u_t$$

se ha detectado autocorrelación de primer orden.

Con la finalidad de corregir este problema, un analista obtiene inicialmente la siguiente regresión auxiliar:

$$\hat{C}_t = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 C_{t-1} + \hat{\beta}_2 R_t + \hat{\beta}_3 R_{t-1}$$

Explique detalladamente los pasos del procedimiento que el analista ha decidido aplicar.

(2-6-1992)

6 A partir de los residuos mínimocuadráticos obtenga, un estimador insesgado para σ^2 . Si la $E(\mathbf{u} \mathbf{u}') \neq \sigma^2 \mathbf{I}$ ¿cual sería el estimador insesgado de σ^2 ?

(5-4-1993)

7 En un modelo que tenga variables ficticias entre las explicativas, se desea saber:

a) ¿Qué indican los coeficientes de las ficticias ?

b) ¿Por qué no se deben incluir el mismo número de variables ficticias que grupos?

(5-4-1993)

8 Considere el siguiente modelo de demanda de alimentos

$$D_t = \beta_0 + \beta_1 P_t + \beta_2 Y_t + u_t$$

donde D es el gasto, P es el precio relativo e Y es la renta.

El investigador A omite por olvido la variable Y , obteniendo la siguiente estimación del modelo:

$$\hat{D}_t = 89,97 + 0,107 P_t$$

(11,85) (0,118)

La investigadora B, que es más cuidadosa, obtiene la siguiente estimación del modelo:

$$\hat{D}_t = 92,05 - 0,142 P_t + 0,236 Y_t$$

(5,84) (0,067) (0,031)

(Entre paréntesis figuran desviaciones típicas)

A lo largo de la discusión entre la investigadora B y el investigador A acerca de cual de los dos modelos estimados es el más adecuado, el investigador A trata de justificar su olvido, atribuyendo la omisión de la variable Y al problema de la multicolinealidad.

a) En favor de cual de los investigadores se inclinaria usted, a la vista de los resultados obtenidos. Argumente razonadamente su posicionamiento.

b) Obtenga analíticamente la expresión del sesgo de estimación del estimador del parámetro β_1 en el modelo con error de especificación por omisión de variable relevante.

(5-4-1993)

Solución

a) El investigador A omite una variable relevante, por lo que no actúa correctamente

$$b) \text{ Sesgo} = \frac{\sum (P_t - \bar{P}) Y_t}{\sum (P_t - \bar{P})^2}$$

9* En un estudio sobre los niveles de pobreza se especifica el siguiente modelo para 60 regiones:

$$P_i = \beta_0 + \beta_1 PIB_i + \beta_2 I_i + u_i$$

donde

P_i : nivel de pobreza medido por el número de personas con una renta inferior a un determinado valor.

PIB_i : producto interior bruto

I_i : índice que recoge diversas variables, como difusión de prensa, servicios sanitarios, etc.

a) Indique como expresaría que las regiones que integran el análisis no son totalmente homogéneas.

b) Si en la muestra existiesen dos grupos diferenciados, ¿podría indicar algún contraste para detectar la existencia de heteroscedasticidad?. Explique las razones por las que pueden surgir problemas de esta naturaleza.

(5-4-1993)

10 a) Defina las propiedades probabilísticas de los estimadores *MCO* bajo las hipótesis estadísticas del modelo lineal básico. Razone la respuesta

b) Determine las consecuencias del incumplimiento de las hipótesis referentes a la matriz de varianzas-covarianzas de la perturbación aleatoria sobre dichas propiedades probabilísticas. Razone la respuesta

(15-3-1996)

11 Unos grandes almacenes que tienen puntos de venta en 18 capitales de provincia se preguntan acerca del impacto relativo de la publicidad (P) y de los incentivos a sus vendedores (I) sobre las ventas. Para ello han estimado la siguiente función de ventas:

$$\hat{V}_i = 396,59 + 18,63 P_i + 30,69 I_i$$

(3548,11) (8,92) (3,60)

$$R^2 = 0,831 \quad \bar{R}^2 = 0,809 \quad \hat{\sigma} = 3679,05$$

a) Contrastar la significatividad conjunta de la publicidad y de los incentivos sobre las ventas.

b) Contrastar si la publicidad y los incentivos son significativos individualmente.

c) Contraste si es admisible la hipótesis de que el parámetro de P_i es significativamente mayor que 19.

(15-3-1996)

Solución

a) $F=36,88$; $F_{2,15}^{0,01} = 6,36 \Rightarrow$ Se rechaza H_0 (0,10; 0,05; 0, 01)

b) $t_p = 2,09$; $t_l = 8,53$; $t_{15}^{0,10/2} = 1,753$ $t_{15}^{0,05/2} = 2,131$ $t_{15}^{0,01/2} = 2,947 \Rightarrow$ En el coeficiente de P se rechaza la H_0 para $a=0,10$, pero no para $a=0,05$ $a=0,01$; en el coeficiente de I se rechaza la H_0 para los niveles usuales.

c) $t = -0,04$; Se rechaza H_0 para cualquier nivel de significación (porque el estadístico t es negativo).

12 Se ha estimado la siguiente función de empleo para la economía japonesa en el periodo 1947-1962:

$$\hat{E}_t = 11690 - 576,46t - 19,77D_t + 0,064PIB_t - 0,01FA_t \quad SCR = 4898596$$

donde:

E_t : Empleo en el periodo t .

t : Tendencia $t = 1, 2, \dots, 16$.

D_t : Deflactor del PIB en el periodo t

PIB_t : Producto Interior Bruto en el periodo t

FA_t : Número de efectivos de las fuerzas armadas en el periodo t .

Además, se dispone de la siguiente información para el año 1965:

$$D_{1965} = 118,7 \quad PIB_{1965} = 582922 \quad FA_{1965} = 2900$$

$$\mathbf{x}'_0(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{x}_0 = 2$$

a) Obtener el intervalo de confianza para el valor medio teórico y para el valor individual de predicción.

b) ¿A qué se debe la diferencia entre ambos intervalos de confianza? ¿Qué hipótesis es necesario adoptar? Razone las respuestas.

(15-3-1996)

Solución

a) $\hat{Y}_{65} = 35669$ Intervalo para el valor medio teórico: (33592; 37745); Intervalo para el valor individual: (33126; 38211)

13* Se ha estimado por *MCO* la función de producción para la economía española con datos anuales para el periodo 1964-1977.

$$\widehat{\ln VA}_t = -1,73 + 0,78 \ln K_t + 0,58 \ln L_t$$

(1,03) (0,02) (0,09)

$$R^2 = 0,831 \quad \bar{R}^2 = 0,809 \quad DW = 0,325$$

a) ¿Existe autocorrelación positiva? Razone la respuesta.

b) Obtenga la matriz de varianzas covarianzas del vector de estimadores mínimo-cuadráticos bajo el supuesto de autocorrelación.

c) Suponiendo que

$$u_t = 0,84u_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$\varepsilon_t \sim NID(0, \sigma_\varepsilon^2)$$

Describa detalladamente un procedimiento de estimación para obtener estimadores lineales, insesgados y óptimos.

(15-3-1996)

Solución

a) $t = 14$; $k' = 2$; $d_L^{0,01} = 0,666$; $d_U^{0,01} = 1,254 \Rightarrow$ Se rechaza H_0 de autocorrelación positiva para $\alpha=0,05$ y $\alpha=0,01$.

14 Dada la función de producción

$$Q_t = AK_t^\alpha L_t^\beta e^{u_t}$$

se ha procedido a su estimación con datos de la economía española de los últimos 20 años, obteniéndose los siguientes resultados:

$$\ln \hat{Q}_t = 0,15 + 0,73 \ln K_t + 0,47 \ln L_t$$

$$[\mathbf{X}'\mathbf{X}]^{-1} = \begin{bmatrix} 4129 & -95 & -266 \\ -95 & 3 & 5 \\ -266 & 5 & 19 \end{bmatrix} \quad \hat{\mathbf{u}}'\hat{\mathbf{u}} = 0,017$$

- a) Realice el contraste de significatividad de los estimadores α y β conjuntamente.
 b) Contraste si el parámetro α es significativamente distinto de 1.

(31-1-1996)

Solución

a) $F=4613,4$; $F_{2,17}^{0,01} = 6,11 \Rightarrow$ Se rechaza H_0 para los niveles usuales (0,10; 0,05; 0,01).

b) $t = 8,54$; $t_{17}^{0,01/2} = 2,898 \Rightarrow$ Se rechaza H_0 para los niveles usuales.

15 a) Explique para qué sirven y que miden los coeficientes de determinación (R^2) y de determinación corregido (\bar{R}^2). Razone la respuesta.

b) Dados los modelos

$$\ln Y_t = \beta_0 + \beta_1 \ln X_t + u_t \quad (1)$$

$$\ln Y_t = \beta_0 + \beta_1 \ln X_t + \beta_2 \ln Z_t + u_t \quad (2)$$

$$\ln Y_t = \beta_0 + \beta_1 \ln Z_t + u_t \quad (3)$$

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 Z_t + u_t \quad (4)$$

Indique qué medida de bondad del ajuste es adecuada para comparar los siguientes pares de modelos: (1)-(2); (1)-(3); y (1)-(4). Razone la respuesta.

(31-1-1996)

Solución

b) (1)-(2); \bar{R}^2 ; AIC; (1)-(3); R^2 ; \bar{R}^2 ; AIC; (1)-(4); AIC

16 Para analizar las propiedades de los estimadores en el modelo lineal, se aplica, entre otros, el siguiente desarrollo:

$$\begin{aligned}
 E(\hat{\mathbf{u}}'\hat{\mathbf{u}}) &= a = E(\mathbf{u}'\mathbf{M}'\mathbf{M}\mathbf{u}) = b \\
 &= \text{tr}E(\mathbf{u}'\mathbf{M}'\mathbf{M}\mathbf{u}) = c = \text{tr}E(\mathbf{u}'\mathbf{M}\mathbf{u}) = d \\
 &= \text{tr}E(\mathbf{M}\mathbf{u}\mathbf{u}') = e = \text{tr}\mathbf{M}E(\mathbf{u}\mathbf{u}') = f \\
 &= \text{tr}\mathbf{M}\sigma^2\mathbf{I} = g = \sigma^2(T - k)
 \end{aligned}$$

donde $\mathbf{M} = \mathbf{I} - \mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'$.

En la demostración anterior, justifique el paso de cada igualdad a la siguiente, utilizando como referencia en cada caso a la letra minúscula que aparece entre cada par de igualdades.

(31-1-1996)

17* a) Se tiene el modelo de ventas (V_t) en función del precio (P_t) y gasto en publicidad (G_t), con datos trimestrales. Explique razonadamente cómo puede contrastar si existe autocorrelación.
 b) Describa detalladamente, introduciendo los supuestos que considere oportunos, cómo estimaría el modelo cuando se rechaza $H_0: \rho = 0$, en el esquema $u_t = \rho u_{t-1} + \varepsilon_t$.

(31-1-1996)

18* Se tiene el siguiente modelo estimado de gasto *per capita* en educación (G_t) para los 51 estados USA en 1979, ordenados de mayor a menor renta *per capita* (X_t):

$$\hat{G}_t = 832 - 1834X_t + 1587X_t^2 \quad i = 1, 2, \dots, 51$$

Adicionalmente, se dispone de la siguiente información:

Se han obtenido las sumas de los cuadrados de los residuos (*SCR*) correspondientes al modelo estimado con dos submuestras:

$$\begin{array}{ll}
 SCR = 52685,18 & \text{Submuestra } i = 1, 2, \dots, 17 \\
 SCR = 27096,50. & \text{Submuestra } i = 34, 35, \dots, 51
 \end{array}$$

a) ¿Existe heteroscedasticidad? Realice un contraste estadístico con la información disponible.
 b) Explique como procedería en el caso de que existiera heteroscedasticidad.

(31-1-1996)

Solución

a) $GQ=2,08$; $F_{14,15}^{0,05} \approx F_{15,15}^{0,05} = 2,40 \Rightarrow$ No se rechaza H_0 para $\alpha=0,05$ y para $\alpha=0,01$.

19 En el modelo de regresión múltiple

$$Y_i = \alpha_0 + \alpha_1 X_{1i} + \alpha_2 X_{2i} + u_i$$

a) Explique detalladamente cómo contrastaría la siguiente hipótesis nula:

$$\alpha_0 = \alpha_1$$

$$\alpha_2 = 1$$

b) Se ha estimado el modelo por MCO con 33 observaciones, obteniendo los siguientes resultados:

$$\hat{Y}_i = 12,7 + 14,2X_{1i} + 2,1X_{2i}$$

$$\hat{\sigma}^2 [\mathbf{X}'\mathbf{X}]^{-1} = \begin{bmatrix} 4,1 & -0,95 & -0,266 \\ -0,95 & 3,8 & 0,5 \\ -0,266 & 0,5 & 1,9 \end{bmatrix}$$

¿Es admisible la hipótesis de significatividad de cada uno de los parámetros del modelo individualmente?

(5-9-1997)

Solución

a) Matriz y vector de restricciones: $\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\mathbf{d} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

b) $t_{\hat{\alpha}_0} = 6,27$; $t_{\hat{\alpha}_1} = 7,28$; $t_{\hat{\alpha}_2} = 1,52$; $t_{30}^{0,1/2} = 1,697$ $t_{30}^{0,01/2} = 2,750 \Rightarrow$ En el caso de α_0 y α_1 se rechaza H_0 para los niveles usuales (0,10; 0,05; 0, 01); en el caso de α_2 no se rechaza la H_0 para los niveles usuales

20 Se estima por MCO el siguiente modelo

$$\ln Y_t = \beta_0 + \beta_1 \ln X_t + \beta_2 \ln Z_t + u_t$$

a) ¿Los residuos mínimo cuadráticos pueden ser todos positivos? Razone la respuesta.
b) Bajo la hipótesis básica de no autocorrelación de las perturbaciones, ¿son independientes los residuos minimocuadráticos? Razone la respuesta.

a) Suponiendo que las perturbaciones no tengan distribución Normal, ¿el vector de estimadores minimocuadráticos será insesgado? Razone la respuesta.

(5-9-1997)

21*

a) Describa el método de estimación por mínimos cuadrados generalizados (MCG).
b) ¿En qué condiciones es recomendable su utilización y por qué?
c) Indique analíticamente en qué circunstancias los estimadores MCG son equivalentes a los estimadores MCO.

(5-9-1997)

22*

a) Explique detalladamente en qué consiste el problema de la heteroscedasticidad en el modelo de regresión lineal.
b) Ilustre brevemente el problema de la heteroscedasticidad con un ejemplo.
c) Proponga soluciones al problema de la heteroscedasticidad.

(5-9-1997)

23*

Explique detalladamente cuál sería el contraste de autocorrelación y la transformación del modelo adecuados

a) cuando el modelo no tiene variables endógenas retardadas y las observaciones son anuales.

b) cuando el modelo tiene variables endógenas retardadas y las observaciones son anuales.

c) cuando el modelo no tiene variables endógenas retardadas y las observaciones son trimestrales.

(5-9-1997)

24 Se han estimado con una muestra de 30 empresas las siguientes funciones de costes:

(1)

$$\hat{Y}_i = 172,46 + 35,72 X_i \quad R^2 = 0,838 \quad \bar{R}^2 = 0,829 \quad \hat{\mathbf{u}}'\hat{\mathbf{u}} = 8090$$

(11,97) (3,70)

(2)

$$\hat{Y}_i = 310,07 - 85,39 X_i + 26,73 X_i^2 - 1,40 X_i^3 \quad R^2 = 0,978 \quad \bar{R}^2 = 0,9739 \quad \hat{\mathbf{u}}'\hat{\mathbf{u}} = 1097$$

(29,44) (33,81) (11,61) (1,22)

donde Y_i es el coste medio y X_i es la cantidad producida.

(Entre paréntesis se indican las desviaciones típicas de los estimadores)

a) ¿Cuál de las dos estimaciones elegiría?. ¿En base a qué criterio?

b) Contraste si los términos cuadrático y cúbico de la cantidad producida son significativos en la determinación del coste medio.

c) En el modelo (2), realice el contraste de significatividad de todos los parámetros del modelo, excluido el término constante.

(28-1-1998)

Solución

a) Utilizando \bar{R}^2 .

b) $H_0 : \beta_2 = \beta_3 = 0$; $R^2 \rightarrow F = 85,91$; $SCR \rightarrow F = 86,06$; $F_{2,27}^{0,01} = 5,49 \Rightarrow$

Se rechaza H_0 para los niveles usuales (0,10; 0,05; 0,01).

c) $H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$; $F = 400,09$; $F_{3,27}^{0,01} \Rightarrow$ Se rechaza H_0 para los niveles usuales.

25 Sea el modelo

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u}$$

donde \mathbf{y} es un vector $T \times 1$, \mathbf{X} es una matriz $T \times 8$, $\boldsymbol{\beta}$ es un vector 8×1 y \mathbf{u} es un vector $T \times 1$.

a) Indique el número de ecuaciones normales contenido en el sistema $\mathbf{X}'\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} = \mathbf{X}'\mathbf{y}$, justificando la respuesta.

b) ¿Qué ocurrirá si $\mathbf{X}'\mathbf{X}$ es singular? Proponga un ejemplo en el que $\mathbf{X}'\mathbf{X}$ sea singular.

c) Proponga un estimador insesgado de σ^2 . Razone la respuesta.

d) ¿Qué hipótesis básicas deben cumplirse para que $\hat{\boldsymbol{\beta}} = [\mathbf{X}'\mathbf{X}]^{-1} \mathbf{X}'\mathbf{y}$ sea un vector de estimadores óptimo? Razone la respuesta.

(28-1-1998)

26 Suponiendo que $\mathbf{u} \sim N[\mathbf{0}, \sigma^2 \boldsymbol{\Omega}]$

a) Obtenga la distribución de $\hat{\mathbf{u}}$ y sus características

b) ¿Los residuos \hat{u}_i son homoscedásticos y no autocorrelacionados? Justifique la respuesta.

c) ¿Los estimadores por MCG son óptimos? Justifique la respuesta

(28-1-1998)

27* Con objeto de estimar un modelo que explica el valor de las ventas (Y) en función de la cantidad gastada en publicidad (X), se han ordenado de menor a mayor las observaciones de 20 empresas de la Comunidad Valenciana, obteniéndose las siguientes regresiones después de realizar la ordenación:

$$\begin{aligned} \hat{Y}_i &= 2,2 + 1,7X_i & i=1,2,\dots,7 & \sum \hat{u}_i^2 = 473 \\ \hat{Y}_i &= 197 + 0,8X_i & i=14,15,\dots,20 & \sum \hat{u}_i^2 = 169200 \end{aligned}$$

- Contrastar si existe heteroscedasticidad
- Describe detalladamente un procedimiento para obtener estimadores eficientes cuando hay heteroscedasticidad

(28-1-1998)

Solución

a) $GQ=92,65$; $F_{6,6}^{0,01} = 8,47 \Rightarrow$ Se rechaza H_0 para los niveles usuales (0,10; 0,05; 0,01).

28* En el modelo de regresión lineal básico, comente brevemente

- La diferencia entre perturbación aleatoria y residuo mínimo-cuadrático.
- Dado que $\hat{\mathbf{u}} \rightarrow N(\mathbf{0}, \sigma^2 \mathbf{M})$ ¿Son los residuos minimocuadráticos homoscedásticos y no autocorrelacionados? Razone la respuesta.
- $\hat{\boldsymbol{\beta}} = [\mathbf{X}'\mathbf{X}]^{-1} \mathbf{X}'\mathbf{y}$, ¿será un vector de estimadores insesgados?

29 Un investigador obtiene los siguientes resultados:

$$\begin{aligned} \hat{Y}_t &= 1,00 - 1,82X_{2t} + 0,36X_{3t} \\ T &= 13 & R^2 &= 0,50 \end{aligned} \quad (1)$$

Además, obtiene la matriz de varianzas-covarianzas de los estimadores:

$$\text{var}(\hat{\boldsymbol{\beta}}) = \begin{bmatrix} 0,25 & -0,01 & 0,04 \\ -0,01 & 0,16 & -0,15 \\ 0,04 & -0,15 & 0,81 \end{bmatrix}$$

Utilizando la información disponible:

- Contrástese la hipótesis nula de que $\beta_2 = 0$ frente a la hipótesis alternativa de que $\beta_2 < 0$, con un nivel de significación del 5%.
- Contrástese la hipótesis nula de que $\beta_2 + \beta_3 = -1$ frente a la hipótesis alternativa de que $\beta_2 + \beta_3 \neq -1$, con un nivel de significación del 5%.
- ¿El modelo en su conjunto es significativo?
- Suponiendo que las variables en (1) están medidas en logaritmos naturales, ¿cuál es la interpretación del coeficiente correspondiente a X_3 ?

Solución

a) $t = -3,2$; $t_{10}^{0,05} = 1,812 \Rightarrow$ Se rechaza H_0 .

b) $F = 0,0096$; $F_{1,10}^{0,05} = 4,96 \Rightarrow$ Se acepta H_0 para un nivel de significación del 5%.

c) $F = 5$; $F_{2,10}^{0,05} = 4,10 \Rightarrow$ Se rechaza H_0 .

d) Elasticidad de demanda de café respecto al precio del té.

30 Se desea estimar el siguiente modelo:

$$Y_t = \beta_1 X_{2t}^{\beta_2} X_{3t}^{\beta_3} X_{4t}^{\beta_4} e^{u_t}$$

utilizando las siguientes observaciones:

	X_2	X_3	X_4
3	12	4	3
2	10	5	4
4	4	1	3
3	9	3	2
2	6	3	5
5	5	1	4

¿Qué problemas se pueden presentar en la estimación de este modelo con estos datos?

Solución

$$X_{3t} = X_{2t} \times X_{4t} \Rightarrow \ln X_{3t} = \ln X_{2t} + \ln X_{4t} \Rightarrow \text{Multicolinealidad perfecta}$$

31* Unos grandes almacenes que tienen puntos de venta en 18 capitales de provincia se preguntan acerca del impacto relativo de la publicidad (P) y de los incentivos a sus vendedores (I) sobre las ventas. Para ello han estimado la siguiente función de ventas:

$$\hat{V}_i = 396,59 + 18,63 P_i + 30,69 I_i$$

(3548,11) (8,92) (3,60)

Posteriormente, se ordenan las observaciones de acuerdo con los gastos en publicidad, de menor a mayor, y se realizan dos estimaciones separadamente obteniéndose los siguientes resultados:

$$i = 1, \dots, 9, \quad \sum \hat{u}_i^2 = 473$$

$$i = 10, \dots, 18 \quad \sum \hat{u}_i^2 = 43822$$

- Contrastar la hipótesis de homoscedasticidad.
- Si existiera heteroscedasticidad, ¿cómo procedería para realizar inferencias con este modelo?

Solución

a) $GQ=92,65$; $F_{6,6}^{0,01} = 8,47 \Rightarrow$ Se rechaza H_0 para los niveles usuales (0,10; 0,05; 0,01).

33* a) Se tiene el modelo de ventas (V_t) en función del precio (P_t) y gasto en publicidad (G_t), con datos trimestrales. Explique razonadamente cómo puede contrastar si existe autocorrelación.

b) Describa detalladamente, introduciendo los supuestos que considere oportunos, cómo estimaría el modelo

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + u_t$$

cuando se rechaza $H_0: \rho = 0$, en el esquema $u_t = \rho u_{t-1} + \varepsilon_t$.